

К вопросу о подготовке школьника к выпускному экзамену на примере задания второй части

Ваккер Е. Д.

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»

e-mail: evakker96@mail.ru

Аннотация: статья посвящена разбору задания из второй части единого государственного экзамена. В ней рассматривается подробное решение задания по теме логарифмические неравенства, приведены основные свойства и законы решения логарифмических неравенств. Задание представлено в форме теста, а сделано это для того, чтобы дать возможность ученику, самому разобраться в решении. Так как предоставление выбора в ответе, позволит ему увидеть недочеты допущенные в ходе решения, что позволит в дальнейшем решать данные задания верно, следовательно ученик сможет с большей долей вероятности успешно написать достаточно сложное задание из второй части выпускного экзамена. Также разбор заданий данного типа на уроке позволит проверить знания учащихся по нескольким вспомогательным темам из курса математики, а именно: решение логарифмических уравнений, решение линейных неравенств, метод интервалов. Применение тестовых заданий для закрепления изученного материала по теме логарифмические неравенства даст возможность обучающемуся закрепить полученные и вспомнить ранее изученные знания, умения и навыки.

Ключевые слова: логарифм, логарифмические неравенства, область допустимых значений (ОДЗ), свойства логарифмов, тестовое задание, выбор ответа.

To the question of preparing a student for the final exam (analysis of the task of the second part)

Vakker E. D.

FSBEI of HE "Yelets State University named after I.A. Bunina

e-mail: evakker96@mail.ru

Resume: The article is devoted to the analysis of tasks from the second part of the unified state exam. It considers a detailed solution to a problem on the topic of logarithmic inequalities, gives the basic properties and laws of solving logarithmic inequalities. The building is presented in the form of a test, and this was done in order to enable the student to figure out the solution himself. Since giving the choice in the answer will allow him to see the shortcomings made during the decision, which will allow him to solve these tasks correctly later on, therefore, the student will be more likely to successfully write a rather complicated task from the second part of the final exam. Also, analysis of tasks of this type in the lesson will allow you to check students' knowledge on several auxiliary topics from a mathematics course, namely: solving logarithmic equations, solving linear inequalities, and the interval method. The use of test tasks to consolidate the studied material on the topic of logarithmic inequalities will enable the student to consolidate their knowledge and remember previously learned knowledge, skills.

Keywords: logarithm, logarithmic inequalities, region of admissible value (ODZ), properties of logarithms, test task, choice of answer.

Сделаем разбор задания по теме логарифмические неравенства из второй части единого государственного экзамена.

Для начала вспомним, что **логарифм** — это показатель степени, в которую надо возвести основание, чтобы получить число, стоящее под знаком логарифма: $\log_a b = c$, либо $b = a^c$ [1].

При решении логарифмических неравенств важно уметь находить ОДЗ, знать основные логарифмические свойства. ОДЗ логарифмических неравенств находится по двум пунктам:

- 1) Под знаком логарифма должно стоять положительное число т.е., $b > 0$;
- 2) В основании логарифма должно стоять положительное число, отличное от единицы т.е., $a > 0, a \neq 1$ [2];

Для того чтобы разобраться как решать логарифмические неравенств можно использовать тестовое задание вида:

Пример:

Выберите верный ответ

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_{0,125x} 2}{\log_{0,5x} 16} \leq \frac{1}{4}$$

- | | |
|---|---|
| 1) $(0; 0,5] \cup [2; 8)$; | 3) $(0; 0,5] \cup [1; 2) \cup (2; 8)$; |
| 2) $(0; 0,5) \cup (1; 2) \cup (2; 8)$; | 4) $(0; 0,5) \cup (2; 8)$; |

Решение

ОДЗ:

$$\begin{cases} 0,125x > 0 \\ 0,125x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{0,125} \neq 8 \\ x \neq \frac{1}{0,5} \neq 2 \end{cases}$$

Для решения данного неравенства надо привести логарифмы к одинаковому основанию используя **свойство: если a, b, c – положительные числа, причем a и c отличны от 0, то имеем неравенство $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ [2]**

Тогда: $\log_{0,125x} 2 = \frac{\log_2 0,125x}{\log_2 2} = \frac{\log_2 0,125x}{1}$; $\log_{0,5x} 16 = \frac{\log_2 0,5x}{\log_2 16} = \frac{\log_2 0,5x}{4}$

Для нашего неравенства получим:

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \frac{1}{\log_2 0,125x}}{\frac{4}{\log_2 0,5x}} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \frac{\log_2(8x) \cdot \log_2 0,5x}{\log_2 0,125x} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\log_2(8x) \cdot \log_2 0,5x}{\log_2 0,125x} \leq \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1}$$

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_2 0,5x}{\log_2 0,125x} \leq 1$$

Применим свойство произведения логарифма: $\log_x(a \cdot b) = \log_x a + \log_x b$ [1]

$$\frac{(\log_2 8 + \log_2 x) \cdot (\log_2 0,5 + \log_2 x)}{\log_2 0,125 + \log_2 x} \leq 1 \Rightarrow \frac{(3 + \log_2 x) \cdot (-1 + \log_2 x)}{(-3 + \log_2 x)} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{(\log_2 x + 3) \cdot (\log_2 x - 1)}{\log_2 x - 3} \leq 1$$

Допустим, что $\log_2 x = t$

Тогда: $\frac{(t+3) \cdot (t-1)}{t-3} \leq 1 \Rightarrow \frac{(t+3) \cdot (t-1)}{t-3} - 1 \leq 0$, в левой части неравенства найдем общий

знаменатель: $\frac{(t+3) \cdot (t-1) - (t-3)}{t-3} \leq 0 \Rightarrow \frac{t^2 + 3t - t - 3 - t + 3}{t-3} \leq 0 \Rightarrow \frac{t^2 + t}{t-3} \leq 0 \Rightarrow \frac{t(t+1)}{t-3} \leq 0$

Отсюда получаем:

$$\begin{cases} t(t+1) \leq 0, \\ t-3 \leq 0, \\ t-3 \neq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \leq 0, \\ t+1 \leq 0, \\ t-3 \leq 0, \\ t-3 \neq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \leq 0, \\ t \leq -1, \\ t \neq 3 \\ t < 3. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \leq -1, \\ 0 \leq t < 3. \end{cases}$$

Тогда: $\log_2 x = -1 \Rightarrow x = 2^{-1} = 0,5$; $\log_2 x = 0 \Rightarrow x = 2^0 = 1$; $\log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$,

Получаем: $\begin{cases} 0 < x \leq 0,5 \\ 1 \leq x < 8 \end{cases}$.

Таким образом множество решений данного уравнения:

$(0; 0,5] \cup [1; 2) \cup (2; 8)$.

Получаем, что правильный ответ под цифрой 3.

Разбирая решение данного неравенства ученики вспомнят несколько вспомогательных тем из курса математики, а именно: решение логарифмических уравнений, решение линейных неравенств, метод интервалов. Что поможет учителю определить какие темы вызывают у школьника осложнения и с акцентировать на них наибольшее внимание (т.е. повторно разобрать задания из данных тем).

Представление данного задания в виде теста, выбрано не случайно. Проанализировав сложность задания можно сделать вывод, что обучающийся с большей долей вероятности допустит вычислительную ошибку, а предоставления выбора в ответе позволит ему сравнить полученный ответ с представленным. Данное действие приведет к тому, что ученик проверит ход решения и найдет ошибку которую допустил, что: во-первых повлияет на его оценку, а во-вторых научит быть более внимательным.

Таким образом, использование тестовых заданий для закрепления изученного материала по теме логарифмические неравенства даст возможность обучающемуся закрепить полученные знания, умения и навыки. Также приведет к тому, что ученик запомнит ход выполнения решения, что в дальнейшем поможет ему решать данные задания верно даже без предоставления выбора в ответе, а это приведет к успешному написанию достаточно сложного задания из второй части выпускного экзамена. Следует заметить применение тестовых технологий в процессе обучения помогает развить волевые качества ребенка, позволят психологически подготовить его к сдаче экзамена.

Список литературы

1. Колмогоров А.Н, Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Алгебра и начала математического анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений/ под. ред. Колмагорова А.Н., М., Просвещение, 2008. - 384 с.

2. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачёва М.В. Алгебра и начала математического анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений: базовый уровень/ М., Просвещение, 2012 – 464 с.
3. Шахмейстр А.Х., Логорифмы – 5-ое издание, исправленное и дополненное – СПб.: «Петроглиф»: «Виктория плюс»: М.: Издательство МЦНМО, 2016 – 288 с.
4. Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Семенов А.В., Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2019 г. по математике: М.: - 2019, 25 с.
5. Денищева Л.О., Корешкова Т.А., Михалева Т.Г. Разработка педагогических тестов по математике: М.: «ВАКО», 2014.